



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ



ФИПИ

**Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии
при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным
программам основного общего образования**

**Тема 2. Методика проверки и оценки алгебраических заданий
повышенного уровня сложности с развернутым ответом
(задания 21 и 22)**

Семенов Андрей Викторович, к. пед. н., ведущий научный сотрудник
ФГБНУ «ФИПИ»

6 февраля 2020 года

Содержание курса

Тема лекции	Даты	Самостоят. работа
Тема 1. Подходы к формированию и организации работы региональной предметной комиссии. Содержание и структура КИМ ОГЭ по математике. Особенности заданий с развернутым ответом КИМ ОГЭ по математике	3 февраля 2020 г. (понедельник) 10-00	Входная диагностика
Тема 2. Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задания 21 и 22)	6 февраля 2020 г. (четверг) 10-00	Тренинг 1
Тема 3. Методика проверки и оценки геометрических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задания 24 и 25)	10 февраля 2020 г. (понедельник) 10-00	Тренинг 2
Тема 4. Методика проверки и оценки заданий с развернутым ответом: задания высокого уровня сложности (задания 23 и 26). Согласование подходов к проверке заданий с развернутым ответом	13 февраля 2020 г. (четверг) 10-00	Итоговый зачет

Задание 21. Пример 1. Решение 1/4

21

Решите неравенство $(x - 7)^2 < \sqrt{11}(x - 7)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x - 7)(x - 7 - \sqrt{11}) < 0,$$

откуда $7 < x < 7 + \sqrt{11}$.

Ответ: $(7; 7 + \sqrt{11})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена опписка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Вычислительная
ошибка – ошибка,
допущенная при
выполнении
арифметических
действий:

сложении,
вычитании,
умножении,
делении

Задание 21. Пример 1. Решение 2/4

21

Решите неравенство $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$.

Решение.

$$(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7); (x-7)^2 - \sqrt{11}(x-7) < 0; (x-7)(x-7-\sqrt{11}) < 0,$$

Произведение двух множителей отрицательно, если множители разных знаков. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $\begin{cases} x-7 < 0, \\ x-7-\sqrt{11} > 0; \end{cases} \begin{cases} x < 7, \\ x > 7+\sqrt{11}, \end{cases}$ решений нет.

Второй случай: $\begin{cases} x-7 > 0, \\ x-7-\sqrt{11} < 0; \end{cases} \begin{cases} x > 7, \\ x < 7+\sqrt{11}, \end{cases}$ $7 < x < 7+\sqrt{11}$.

Решение исходного неравенства: $7 < x < 7+\sqrt{11}$.

Ответ: $(7; 7+\sqrt{11})$.

Задание 21. Пример 1. Решение 3/4

21

Решите неравенство $(x - 7)^2 < \sqrt{11}(x - 7)$.

Решение.

$$(x - 7)^2 < \sqrt{11}(x - 7); x^2 - (14 + \sqrt{11})x + 49 + 7\sqrt{11} < 0.$$

Рассмотрим функцию $y = x^2 - (14 + \sqrt{11})x + 49 + 7\sqrt{11}$. Квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх.

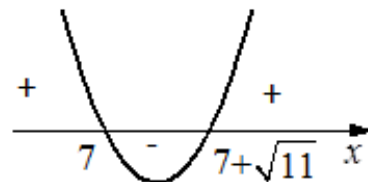
Найдем нули функции: $x^2 - (14 + \sqrt{11})x + 49 + 7\sqrt{11} = 0$;

$$x = \frac{14 + \sqrt{11} - \sqrt{11}}{2}, x = \frac{14 + \sqrt{11} + \sqrt{11}}{2}; x = 7, x = 7 + \sqrt{11}.$$

Схематично изобразим параболу

$$y = x^2 - (14 + \sqrt{11})x + 49 + 7\sqrt{11}.$$

$y < 0$ при $x \in (7; 7 + \sqrt{11})$



Ответ: $(7; 7 + \sqrt{11})$.

Задание 21. Пример 1. Решение 4

21

Решите неравенство $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$.

Решение.

$$\begin{aligned} (x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7) &\Leftrightarrow (x-7)(x-7-\sqrt{11}) < 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 < 0, \\ x-7-\sqrt{11} > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 7, \\ x > 7+\sqrt{11} \end{cases} \Leftrightarrow 7 < x < 7+\sqrt{11}. \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 > 0, \\ x-7-\sqrt{11} < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 7, \\ x < 7+\sqrt{11} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(7; 7 + \sqrt{11})$.

21

Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - 2x + 15)(x^2 + 2x - 15) = 0.$$

Уравнение $x^2 - 2x + 15 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 + 2x - 15 = 0$ имеет корни -5 и 3 .

Ответ: -5 ; 3 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 21. Пример 2. Решение 2/4

21

Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$.

Решение.

$$x^4 = (2x - 15)^2, (x^2)^2 - (2x - 15)^2 = 0, (x^2 - 2x + 15)(x^2 + 2x - 15) = 0.$$

Произведение двух множителей равно нулю, если один из множителей равен нулю. Получаем: $x^2 - 2x + 15 = 0$ или $x^2 + 2x - 15 = 0$.

$$x^2 - 2x + 15 = 0, x^2 - 2x + 1 + 14 = 0, (x - 1)^2 = -14 \text{ не имеет корней.}$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0, x^2 + 2x + 1 - 16 = 0, (x + 1)^2 - 4^2 = 0, (x + 1 - 4)(x + 1 + 4) = 0, \text{ откуда } x - 3 = 0 \text{ или } x + 5 = 0; x = 3 \text{ или } x = -5.$$

Ответ: $-5; 3$.

Задание 21. Пример 2. Решение 3/4

21

Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$.

Решение.

$x^4 = (2x - 15)^2$, откуда $x^2 = -(2x - 15)$ или $x^2 = 2x - 15$, получаем:

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \text{ или } x^2 - 2x + 15 = 0.$$

$x^2 - 2x + 15 = 0$, $D = 4 - 60 = -56 < 0$ – уравнение не имеет корней.

$$x^2 + 2x - 15 = 0, D = 4 + 60 = 64,$$

$$x = \frac{-2-8}{2}, x = \frac{-2+8}{2}; x = -5, x = 3.$$

Ответ: $-5; 3$.

Задание 21. Пример 2. Решение 4

21

Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$.

Решение.

$$\begin{aligned} x^4 = (2x - 15)^2 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2x - 15 \\ x^2 = -2x + 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = -14 \\ (x+1)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 4 \\ x+1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $\{-5; 3\}$.

Задание 21. Пример 3. Решение 1/5

21

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x-1)^2$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 3$.

Уравнение $(x-1)^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $(x-1)^2 = 3$ имеет корни $1 - \sqrt{3}$ и $1 + \sqrt{3}$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 21. Пример 3. Решение 2/5

21

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $(x-1)^2 = t$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 2t - 3 = 0, \text{ откуда } t = -1 \text{ или } t = 3.$$

Уравнение $(x-1)^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $(x-1)^2 = 3$; $x-1 = \sqrt{3}$ или $x-1 = -\sqrt{3}$; $x = 1 + \sqrt{3}$ или $x = 1 - \sqrt{3}$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

Задание 21. Пример 3. Решение 3/5

21

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $(x-1)^2 = t$, $t \geq 0$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 2t - 3 = 0, \text{ откуда } t = -1 \text{ или } t = 3.$$

$t = -1$ не удовлетворяет условию $t \geq 0$,

$t = 3$; $(x-1)^2 = 3$; $x-1 = \sqrt{3}$ или $x-1 = -\sqrt{3}$; $x = 1 + \sqrt{3}$ или $x = 1 - \sqrt{3}$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

Задание 21. Пример 3. Решение 4/5

21

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

$$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0,$$

$$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 + 1 - 4 = 0, \left((x-1)^2 - 1\right)^2 - 2^2 = 0,$$

$$\left((x-1)^2 - 1 - 2\right)\left((x-1)^2 - 1 + 2\right) = 0, \left((x-1)^2 - 3\right)\left((x-1)^2 + 1\right) = 0, \text{ откуда}$$

$$(x-1)^2 - 3 = 0 \text{ или } (x-1)^2 + 1 = 0.$$

Уравнение $(x-1)^2 = -1$ не имеет корней.

$$\text{Уравнение } (x-1)^2 = 3; x-1 = \sqrt{3} \text{ или } x-1 = -\sqrt{3}; x = 1 + \sqrt{3} \text{ или } x = 1 - \sqrt{3}.$$

Ответ: $1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}$.

Задание 21. Пример 3. Решение 5

21

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Решение.

$$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left((x-1)^2 - 1 \right)^2 = 2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 3 \\ (x-1)^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{3} \\ x-1 = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $\{1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}\}$.

Задание 21. Пример 3. Работа 1

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

$$\sqrt{21.} \quad (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0.$$

$$D = 4 + 12 = 16 = 4^2$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2} = 1, 3$$

$$(x-1)^4 = t^2$$

$$(x-1)^2 = t$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3.$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0.$$

$$D = 4 + 8 = 12 = 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x-1)^2 = -1$$

нет решений, т.к.
квадрат не может
быть отрицательным.

Ответ: $1 + \sqrt{3}$; $1 - \sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 21)

Задание 21. Пример 3. Работа 1

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

$$\sqrt{21.} \quad (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0.$$

$$D = 4 + 12 = 16 = 4^2$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 3 \\ 1 - 1 \end{matrix}$$

$$(x-1)^4 = t^2$$

$$(x-1)^2 = t$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3.$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0.$$

$$D = 4 + 8 = 12 = 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x-1)^2 = -1$$

нет решений, т.к.
квадрат не может
быть отрицательным.

Ответ: $1 + \sqrt{3}$; $1 - \sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Задание 21. Пример 3. Работа 2

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

21) $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$ Пусть $(x-1)^2 = t$
 $t^2 - 2t - 3 = 0$
 пог. Виета пог. одр. т. Виета
 $t_1, t_2 = 2$ | $t_1 = 1$ не удовлетворяет условию
 $t_1, t_2 = -3$ | $t_2 = 3$

$(x-1)^2 = t$ $t = 3$
 $(x-1)^2 = 3$
 $2x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$
 $x^2 - 2x - 2 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 4 + 8 = 12$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$; $\frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Задание 21. Пример 3. Работа 2

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

21) $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$ Пусть $(x-1)^2 = t$
 $t^2 - 2t - 3 = 0$
 пог. Виета | пог. одр. т. Виета
 $t_1 + t_2 = 2$ | $t_1 = -1$ не удовлетворяет условию
 $t_1 t_2 = -3$ | $t_2 = 3$

$(x-1)^2 = t$ | $t = 3$
 $(x-1)^2 = 3$
 $1x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$

$x^2 - 2x - 2 = 0$
 $D = b^2 - 4ac = 4 + 8 = 12$

Ответ: $\frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$; $\frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

1 балл

Задание 21. Пример 3. Работа 3

21. $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

Пусть $(x-1)^2 = x_1$;

$x^2 - 2x - 3 = 0;$

$a=1 \quad b=-2 \quad c=-3;$

$D = b^2 - 4ac = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16 = 4^2;$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 2 корня;

$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3;$

$x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{D}}{2a} = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$

Ответ: $x = 3; -1.$

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

Ответ: $1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}.$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Задание 21. Пример 3. Работа 3

21. $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

Пусть $(x-1)^2 = x$ то,

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$a=1 \quad b=-2 \quad c=-3;$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16 = 4^2;$$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 2 корня;

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3;$$

$$x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{D}}{2a} = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Ответ: $x = 3; -1.$

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0.$

Ответ: $1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}.$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Задание 21. Пример 3. Работа 4

№ 21.

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

① $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$

Пусть: $(x-1)^2 = t$

Тогда: $t^2 - 2t - 3 = 0$

$a=1; b=-2; c=-3$

$D = 4 + 12 = 16;$

$t_1 = \frac{2+4}{2} = 3$

$t_2 = \frac{2-4}{2} = -1.$

Ответ: $0; 2, \frac{2+\sqrt{12}}{2}; \frac{2-\sqrt{12}}{2} \times (x-2) = 0;$
 $x=0; x=2$

② $(x-1)^2 = 3$

$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$D = 12$

$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2}$

$x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$

③ $(x-1)^2 = -1$

$x^2 - 2x + 1 - 1 = 0$

$x^2 - 2x = 0$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Задание 21. Пример 3. Работа 4

№ 21.

① $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$

Пусть: $(x-1)^2 = t$

Тогда: $t^2 - 2t - 3 = 0$

$a=1; b=-2; c=-3$

$D = 4 + 12 = 16;$

$t_1 = \frac{2+4}{2} = 3$

$t_2 = \frac{2-4}{2} = -1.$

Ответ: $0; 2; \frac{2+\sqrt{12}}{2}; \frac{2-\sqrt{12}}{2}; x(x-2) = 0;$
 $x = 0; x = 2$

② $(x-1)^2 = 3$

$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$D = 12$

$x_1 = \frac{2+\sqrt{12}}{2}$

$x_2 = \frac{2-\sqrt{12}}{2}$

③ $(x-1)^2 = -1$
 $x^2 - 2x + 1 - 1 = 0$
 $x^2 - 2x = 0$

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}$.

Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно ???

0 баллов

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Задание 21. Пример 3. Работа 5

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

21.

$$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$$

Заменим: $(x-1)^2 = t$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$t_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$(x-1)^2 = 3 \quad \text{или} \quad (x-1)^2 = -1$$

корней нет

$$x^2 - 2x + 1 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 21)

Задание 21. Пример 3. Работа 5

Решите уравнение $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$.

Ответ: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

21.

$$(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$$

Заменим: $(x-1)^2 = t$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$t_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$(x-1)^2 = 3 \quad \text{или} \quad (x-1)^2 = -1$$

корней нет

$$x^2 - 2x + 1 = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

2 балла

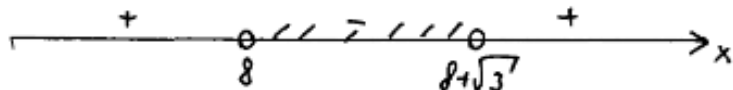
Задание 21. Пример 4. Работа 1

№21

$$(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$$

$$\cancel{(x-8)} \cancel{(x-8)} (x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$$

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$$



$$x \in (8, 8 + \sqrt{3})$$

Ответ $x \in (8, 8 + \sqrt{3})$

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Задание 21. Пример 4. Работа 1

№21

$$(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$$

$$\cancel{(x-8)} \cancel{(x-8)} (x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$$

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$$

$x \in (8, 8 + \sqrt{3})$

Ответ $x \in (8, 8 + \sqrt{3})$

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

2 балла

Задание 21. Пример 4. Работа 2

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

$$(x-8)^2 < \sqrt{3} \cdot (x-8)$$

$$(x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$$

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$$

$$\begin{cases} x+8 < 0 \\ x-8-\sqrt{3} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+8 > 0 \\ x-8-\sqrt{3} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -8 \\ x > 8+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -8 \\ x < 8+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -8 \\ x < 8+\sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-8; 8 + \sqrt{3})$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Задание 21. Пример 4. Работа 2

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

$$\begin{aligned} (x-8)^2 &< \sqrt{3} \cdot (x-8) \\ (x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) &< 0 \\ (x-8)(x-8-\sqrt{3}) &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+8 < 0 \\ x-8-\sqrt{3} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+8 > 0 \\ x-8-\sqrt{3} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -8 \\ x > 8 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -8 \\ x < 8 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-8; 8 + \sqrt{3})$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

22

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 500 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Заметим, что всего автомобиль проехал $105 + 120 + 500 = 725$ (км), затратив на

весь путь $\frac{105}{35} + \frac{120}{60} + \frac{500}{100} = 10$ (часов). Таким образом, его средняя скорость

равна $\frac{725}{10} = 72,5$ (км/ч).

Ответ: 72,5 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 22. Пример 1. Решение 2

22

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 500 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Автомобиль проехал 105 км со скоростью 35 км/ч за 3 часа;

120 км со скоростью 60 км/ч за 2 часа;

500 км со скоростью 100 км/ч за 5 часов.

Всего автомобиль проехал $105 + 120 + 500 = 725$ (км).

На весь путь автомобиль затратил $3 + 2 + 5 = 10$ (часов).

Средняя скорость равна $\frac{725}{10} = 72,5$ (км/ч).

Ответ: 72,5 км/ч.

Задание 22. Пример 2. Решение 1/3

22

Расстояние между пристанями А и В равно 108 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 50 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Плот проплыл 50 км, значит, он плыл 10 часов, из которых лодка находилась в пути 9 часов. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{108}{v+5} + \frac{108}{v-5} = 9; 108v - 540 + 108v + 540 = 9v^2 - 225; v^2 - 24v - 25 = 0,$$

откуда $v = 25$.

Ответ: 25 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Задание 22. Пример 1. Решение 2/3

Расстояние между пристанями А и В равно 108 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 50 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Плот проплыл 50 км, значит, он плыл 10 часов, из которых лодка находилась в пути 9 часов.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

по течению реки скорость лодки $v + 5$ км/ч, время $\frac{108}{v + 5}$ ч;

против течения реки скорость лодки $v - 5$ км/ч, время $\frac{108}{v - 5}$ ч;

время движения лодки 9 ч, тогда получаем уравнение: $\frac{108}{v + 5} + \frac{108}{v - 5} = 9$.

$108v - 540 + 108v + 540 = 9v^2 - 225$ при $v \neq \pm 5$.

$v^2 - 24v - 25 = 0$, $D = 24^2 - 4 \cdot (-25) = 676 = 26^2$, $v = \frac{24 - 26}{2}$ или $v = \frac{24 + 26}{2}$;

оба корня $v = -1$ и $v = 25$ удовлетворяют условию $v \neq \pm 5$.

Корень $v = -1$ не удовлетворяет условию задачи (скорость – величина положительная), корень $v = 25$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 25 км/ч.

Задание 22. Пример 1. Решение 3

22

Расстояние между пристанями А и В равно 108 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 50 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Плот проплыл 50 км, значит, он плыл 10 часов, из которых лодка находилась в пути 9 часов.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

по течению реки скорость лодки $v + 5$ км/ч, время $-\frac{108}{v+5}$ ч;

против течения реки скорость лодки $v - 5$ км/ч, время $-\frac{108}{v-5}$ ч;

время движения лодки 9 ч, тогда получаем уравнение: $\frac{108}{v+5} + \frac{108}{v-5} = 9$.

По условию лодка движется против течения, следовательно, $v > 5$.

$$108v - 540 + 108v + 540 = 9v^2 - 225.$$

$$v^2 - 24v - 25 = 0, \quad D = 24^2 - 4 \cdot (-25) = 676 = 26^2, \quad v = \frac{24 - 26}{2} \quad \text{или} \quad v = \frac{24 + 26}{2};$$

Условию $v > 5$ из корней $v = -1$ и $v = 25$ удовлетворяет корень $v = 25$.

Ответ: 25 км/ч.

Задание 22. Пример 2. Решение 1/2

22

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч.

Получаем уравнение: $\frac{77}{v-4} - \frac{77}{v+4} = 2$; $77v + 308 - 77v + 308 = 2v^2 - 32$;

$v^2 = 324$, откуда $v = 18$.

Ответ: 18 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Задание 22. Пример 2. Решение 2

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

против течения реки скорость лодки $v - 4$ км/ч, время $\frac{77}{v - 4}$ ч;

по течению реки скорость лодки $v + 4$ км/ч, время $\frac{77}{v + 4}$ ч;

время движения лодки против течения на 2 ч больше времени движения по течению, тогда получаем уравнение: $\frac{77}{v - 4} - \frac{77}{v + 4} = 2$.

$77v + 308 - 77v + 308 = 2v^2 - 32$ при $v \neq \pm 4$.

$v^2 = 324$, $v = -18$ или $v = 18$; оба корня $v = -18$ и $v = 18$ удовлетворяют условию $v \neq \pm 4$.

Корень $v = -18$ не удовлетворяет условию задачи (скорость – величина положительная), корень $v = 18$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 18 км/ч.

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 1

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

№22 Пусть x — скорость (км/ч)
 тогда $x+4$ — по течению (км/ч)
 $x-4$ — против течения (км/ч)

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$
~~$$\frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = 2$$~~

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} - 2 = 0$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{(x-4)(x+4)} = 0 \quad \text{O.D. 3: } \begin{matrix} x \neq 4 \\ x \neq -4 \end{matrix}$$

$$77x + 308 - 77x + 308 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$-2x^2 + 32 + 616 = 0$$

$$2x^2 = 648$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18 \quad x_2 = -18 \quad (\text{не подходит по смыслу})$$

$$18 \text{ км/ч} - \text{ скорость}$$

$$\text{Ответ: } 18 \text{ км/ч}$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 1

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

№22 Пусть x — скорость (км/ч)
 тогда $x+4$ — по течению (км/ч)
 $x-4$ — против течения (км/ч)

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$
~~$$\frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = 2$$~~

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} - 2 = 0$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{(x-4)(x+4)} = 0 \quad \text{O.D. 3: } \begin{matrix} x \neq 4 \\ x \neq -4 \end{matrix}$$

$$77x + 308 - 77x + 308 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$-2x^2 + 32 + 616 = 0$$

$$2x^2 = 648$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18 \quad x_2 = -18 \quad (\text{не подходит по смыслу})$$

18 км/ч — скорость
 Ответ: 18 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 2

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

№22

$$\begin{array}{l|l|l} v & t & S \\ \hline x-4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x-4} \text{ ч} & 77 \text{ км} \\ x+4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x+4} \text{ ч} & 77 \text{ км} \end{array}$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x^2 - 16)$$

$$77x + 308 - 77x + 308 = 2x^2 - 32$$

$$616 = 2x^2 - 32 \quad | : 2$$

$$308 = x^2 - 16$$

$$324 = x^2$$

$$x = \pm 18$$

Ответ: 18 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 2

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

№22

$$\begin{array}{l|l|l} v & t & S \\ \hline x-4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x-4} \text{ ч} & 77 \text{ км} \\ x+4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x+4} \text{ ч} & 77 \text{ км} \end{array}$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x^2 - 16)$$

$$77x + 308 - 77x + 308 = 2x^2 - 32$$

$$616 = 2x^2 - 32 \quad | : 2$$

$$308 = x^2 - 16$$

$$324 = x^2$$

$$x = \pm 18$$

Ответ: 18 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

1 балл

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 3

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

№22

	v	t	S
по теч	$x+4$	$\frac{77}{x+4}$	77
пр теч	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

ОДЗ: $x \neq 4$; $x \neq -4$

$$77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

Ответ: 18

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 3

	v	t	S
по теч	$x+4$	$\frac{77}{x+4}$	77
пр теч	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

ОДЗ: $x \neq 4$; $x \neq -4$

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

$$77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

Ответ: 18

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 4

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

N22

$$S = 77$$

$t_{\text{по т}} < t_{\text{прот т}}$

$$v_{\text{по т}} = 4 \text{ км/ч}$$

$$v_x = ?$$

Решение:

Пусть $x = v_x$, тогда $x + 4 = v_{\text{по т}}$, $x - 4 = v_{\text{прот т}}$

$$\frac{77}{x+4} + 2 = \frac{77}{x-4} \quad | \cdot (x+4)(x-4)$$

$$77x - 308 + 2x^2 - 32 - 77x - 308 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 - 324 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{324}$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18 \text{ не подходит по условию}$$

$$\text{Ответ } 18 \text{ км/ч}$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 2. Работа 4

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

N22

$$S = 77$$

$t_{\text{по т}} < t_{\text{прот т}}$

$$v_{\text{по т}} = 4 \text{ км/ч}$$

$$v_x = ?$$

Решение:

Пусть x — v_x , тогда $x + 4 = v_{\text{по т}}$, $x - 4 = v_{\text{прот т}}$

$$\frac{77}{x+4} + 2 = \frac{77}{x-4} \quad | \cdot (x+4)(x-4)$$

$$77x - 308 + 2x^2 - 32 - 77x - 308 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 - 324 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{324}$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18 \text{ не подходит по условию}$$

$$\text{ответ } 18 \text{ км/ч}$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 3. Работа 1

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

Возьмём весь путь за 1, тогда:

	$S, \text{ км}$	$T, \text{ ч}$	$v, \text{ км/ч}$
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2 \cdot 36}$	36
II	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2 \cdot 99}$	99

Найти:

$v_{\text{средняя}} - ?$

Решение:

1) Найдём всё время движения:

$$\frac{t^{III}}{2 \cdot 36} + \frac{t^{IV}}{2 \cdot 99} = \frac{15}{792} = \frac{5}{264} \quad (2)$$

$$2) v_{\text{средн}} = \frac{S \text{ (всё)}}{T \text{ (всё)}} = \frac{1}{\frac{5}{264}} = \frac{264}{5} = \frac{528}{10} = 52,8 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 52,8 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 3. Работа 1

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

Возьмём весь путь за 1, тогда:

	$S, \text{ км}$	$T, \text{ ч}$	$v, \text{ км/ч}$
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2 \cdot 36}$	36
II	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2 \cdot 99}$	99

Найти:

$v_{\text{средняя}} - ?$

Решение:

1) Найдём всё время движения:

$$\frac{t^{III}}{2 \cdot 36} + \frac{t^{IV}}{2 \cdot 99} = \frac{15}{792} = \frac{5}{264} \quad (2)$$

$$2) v_{\text{средн}} = \frac{S \text{ (всё)}}{T \text{ (всё)}} = \frac{1}{\frac{5}{264}} = \frac{264}{5} = \frac{528}{10} = 52,8 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 52,8 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 3. Работа 2

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

	s	v	t
I	$\frac{x}{2}$ км	36 км/ч	$\frac{x}{72}$ ч
II	$\frac{x}{2}$ км	99 км/ч	$\frac{x}{99}$ ч

522
x - весь путь (км)

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вс}}}{t_{\text{вс}}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{72} + \frac{x}{99}} = \frac{729x}{15x} = 48,6 \text{ км/ч}$$

Ответ 48,6 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

? баллов

Методика проверки и оценки алгебраических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задание 22)

Задание 22. Пример 3. Работа 2

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

	s	v	t
I	$\frac{x}{2}$ км	36 км/ч	$\frac{x}{72}$ ч
II	$\frac{x}{2}$ км	99 км/ч	$\frac{x}{99}$ ч

522
x - весь путь (км)

792

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вс}}}{t_{\text{вс}}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{72} + \frac{x}{99}} = \frac{729x}{15x} = 48,6 \text{ км/ч}$$

Ответ 48,6 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

1 балл



Указания к тренингу.

Вы оцениваете математическую корректность решения математической задачи выпускника 9 класса в соответствии с критериями оценивания заданий с развернутым ответом

Успехов!